

الهندسة التحليلية

by/ shahd

المعادلة العامة للهندسة التحليلية :-

$$ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$$

مثال ١ : احذف حدود الدرجة الأولى من المعادلة :

$$4x^2 + y^2 - 16x + 6y + 9 = 0$$

$$x = x' + h$$

$$y = y' + k$$

معدلتى نقل الطور (h, k) احدائيات النقل

$$= 4(x' + h)^2 + (y' + k)^2 - 16(x' + h) + 6(y' + k) + 9 = 0$$

$$= 4x'^2 + 4h^2 + 8x'h + y'^2 + k^2 + 2y'k - 16x' - 16h + 6y' + 6k + 9 = 0$$

$$= 4x'^2 + y'^2 + x'(8h - 16) + y'(2k + 6) + (4h^2 + k^2 - 16h + 6k + 9) = 0$$

$$\rightarrow 8h - 16 = 0 \rightarrow 8h = 16 \rightarrow h = 2$$

$$\rightarrow 2k + 6 = 0 \rightarrow 2k = -6 \rightarrow k = -3$$

∴ نقطة نقل الطور $(2, -3)$

$$= 4x'^2 + y'^2 + (4 \cdot 2^2 + (-3)^2 - 16 \cdot 2 + 6 \cdot (-3) + 9) = 0$$

$$= 4x'^2 + y'^2 + 4 = 0$$

أوجد المعادلة الجديدة للمنحنى :

$$x^2 + 10xy + y^2 - 6x + 18y - 7 = 0$$

إذا نقلت المحاور الموازية لوضعها الأصلي إلى النقطة $(-2, 1)$

$$x = x' - 2$$

$$y = y' + 1$$

$$= (x' - 2)^2 + 10(x' - 2)(y' + 1) + (y' + 1)^2 - 6(x' - 2) + 18(y' + 1) - 7 = 0$$

$$= x'^2 + 4 - 4x' + 10x'y' + 10x' - 20y' - 20 + y'^2 + 1 + 2y' - 6x' + 12 + 18y' + 18 - 7 = 0$$

$$= x'^2 + 10x'y' + y'^2 + x'(-4 + 10 - 6) + y'(-20 + 2 + 18)$$

$$+ (4 - 20 + 1 + 12 + 18 - 7) = 0$$

$$= x'^2 + 10x'y' + y'^2 + 8 = 0$$

دورات المحاور

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

معادلات الدورات :-

$$y = y' \cos \theta + x' \sin \theta$$

قانون زاوية الدورات :-

$$\tan 2\theta = \frac{2h}{a-b}$$

معامل x^2 معامل xy

إذا كانت المعادلة الجديدة للمنحنى:

$$8x^2 + 6xy + 4y^2 = 0$$

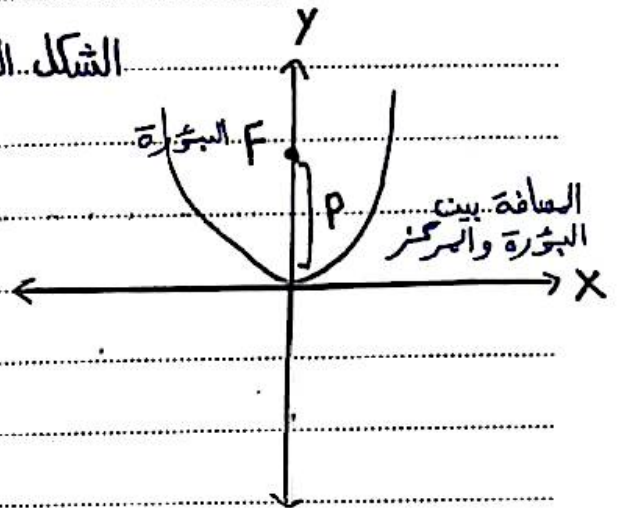
$$\tan 2\theta = \frac{3}{8-4} = \frac{3}{4}$$

القطاعات

القطع المكافئ ← معادلة مبدئية . $x^2 = 16y$

الشكل العام للقطع المكافئ . $x^2 = 4py$

$$4p = 16 \text{ و } p = 4$$



مثال : أوجد إحداثيات الرأس والبؤرة وطول الوتر البؤري العمودي للقطع المكافئ : $x^2 - 4x + 8y + 12 = 0$

إكمال المربع $(x - 2)^2 - 4 + 8y + 12 = 0$ جذر $\frac{1}{2}$ معامل x

مربع نص المعامل $(x - 2)^2 = -8y - 8$

نضرب بعضنا $(x - 2)^2 = -8(y + 1)$
 $x^2 = 4py$

رأس القطع $(-1 \text{ و } 2)$ الرقم إلى جنب x و y واغنيوا إشارة

$$4p = -8 \text{ و } p = -2$$

البؤرة $(h \text{ و } k + p)$

$(2 \text{ و } -3)$

$$x = 2 \text{ , } x = h \leftarrow \text{معادلة المحور}$$

$$y = -1 + 2 = 1 \text{ , } y = k - p \leftarrow \text{الدليل}$$

$$g = |4x - 2| = |4p| = \text{طول الوتر البؤري العمودي}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

طول المحور الصغير b^2 طول المحور الكبير a^2

معادلة القطع الناقص

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

طول المحور الكبير = $2a$

طول المحور الصغير = $2b$

$$e = \frac{c}{a} < 1 \leftarrow \text{معامل الانحياج (عدم التماثل)}$$

مثال: أوجد إحداثيات البؤرتين للقطع الناقص ومعادلة الدليل والمركز:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a = 4 \text{ , } b = 2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F(\pm c, 0) \quad \leftarrow \text{أحداثيات البؤرتين}$$

$$F(\pm 2\sqrt{3}, 0)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \leftarrow \text{معامل الانحراج}$$

$$X = \pm \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \pm \frac{8}{\sqrt{3}} \quad \leftarrow X = \pm \frac{a}{e} \quad \leftarrow \text{معادلة الدليل}$$

$$8 = 2 \times 4 = 2a = \text{طول المحور الأكبر}$$

$$4 = 2 \times 2 = 2b = \text{طول المحور الأصغر}$$

مثال: أوجد معادلة القطع الناقص مركزه $(0, 0)$ بؤرتيه $(3, 0)$ وطول
محوره الأكبر = 8

$$F(\pm c, 0)$$

$$F(3, 0)$$

$$c = 3$$

$$2a = 8, a = 4$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}, 3 = \sqrt{4^2 - b^2}, b^2 = 7$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$$